



Matemática Passo a Passo

Esquemas todo-partes

Ricardo Cunha Teixeira

NICA - Núcleo Interdisciplinar da Criança e
do Adolescente da Universidade dos Açores

Slides desenvolvidos com a colaboração
das Prof DA Ana Alves e Carla Carreiro,
da EBI das Capelas.



A ideia de intermediar a aprendizagem com uma fase pictórica fundamenta-se precisamente em promover uma contínua passagem do concreto ao abstrato. Quando se propõe uma atividade a uma criança que consiste em desenhar um número de pequenos círculos correspondente ao número de carros que vê numa imagem estamos perante uma atividade de natureza esquemática ou pictórica.

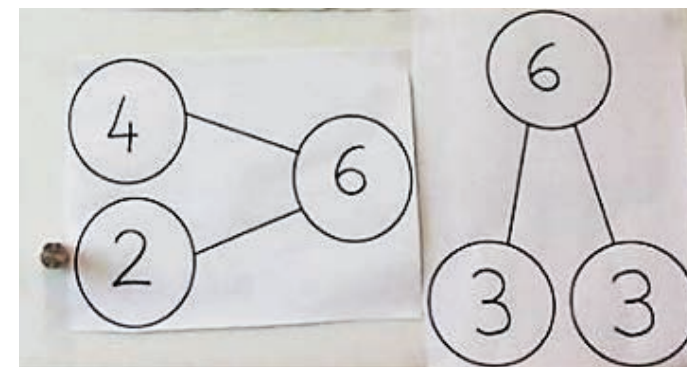
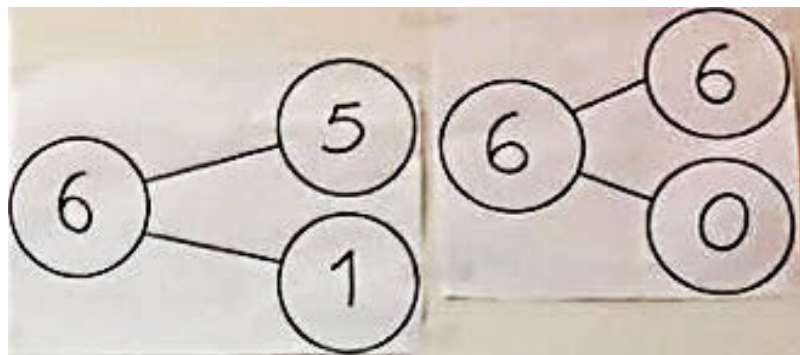
Passamos a descrever um dos procedimentos didáticos utilizados em Singapura que se enquadra na abordagem CPA – os já célebres esquemas todo-partes (*number bonds*). Estas representações auxiliam a compreensão numérica basilar, nomeadamente a capacidade de decompor quantidades e a álgebra fundamental (adições e subtrações). Chamamos a esta fase de aprendizagem *a fase dos 3 S's*: separações, somas e subtrações.

Nota: Trata-se de uma forma de simplificar a linguagem, desde que se tenha em conta as devidas salvaguardas: a palavra separação é utilizada para designar uma decomposição ou partição; a palavra soma remete para o resultado da operação adição.

Number bonds (Esquemas todo-partes)

Definições

Um **esquema todo-partes** constitui uma imagem (inicialmente, concreta; a certa altura, mental) que ilustra uma relação entre um número (todo) e pelo menos outros dois números (partes). É claro que um mesmo número pode ser decomposto de muitas formas diferentes.

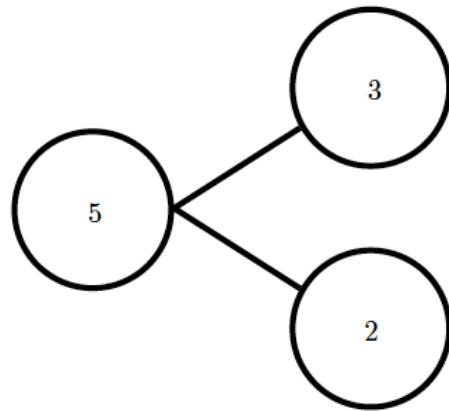


Há dois propósitos fundamentais na utilização dos esquemas todo-partes. O primeiro diz respeito à relação íntima entre os 3 S's: “separações, somas e subtrações”. O segundo diz respeito à importância que os 3 S's têm em processos operatórios com maior grau de complexidade.

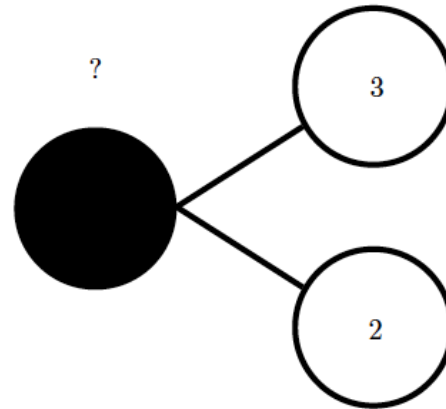
Number bonds (Esquemas todo-partes)

Vantagens didáticas

“Separar”



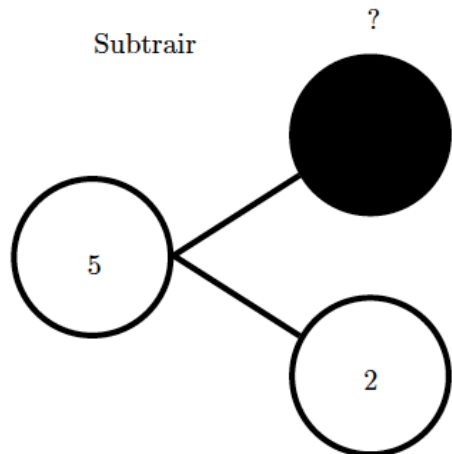
“Somar”



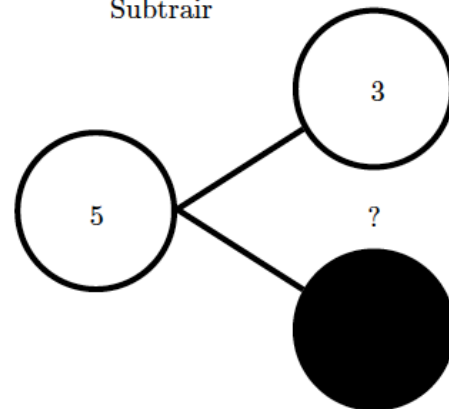
O todo pode ser decomposto em partes.

Ao contrário, quando conhecemos as partes, se assim o quisermos, podemos adicioná-las de forma a recuperar o todo.

Subtrair



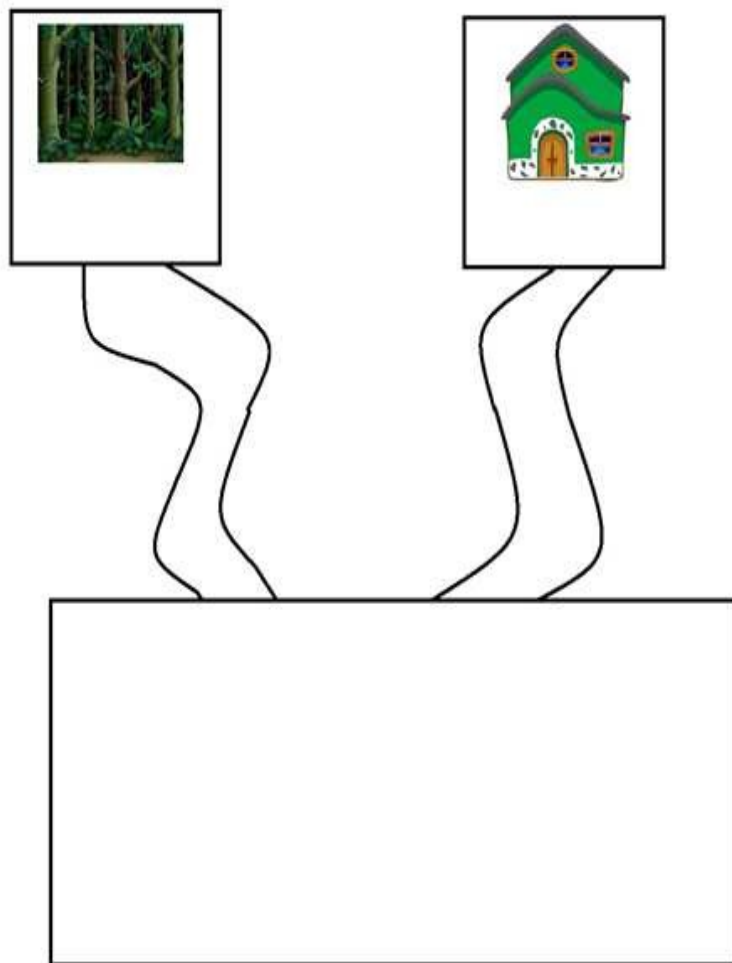
Subtrair



Além disso, se conhecermos o todo e uma das partes, podemos subtrair essa parte ao todo para encontrar a outra parte.

Number bonds (Esquemas todo-partes)

Aplicações na prática



O primeiro objetivo consiste em fazer com que a criança consiga relacionar um todo com as suas partes. Aconselha-se a utilização de movimento nas primeiras explorações. Vejamos um exemplo.

Coloca-se a imagem ao lado em cima de uma mesa e 5 animais no retângulo grande: um cão, um gato, um tigre, um elefante e um leão. Pergunta-se “Quais os animais que podem viver na nossa casa? E quais os que têm de viver na selva?”. À medida que se discute o assunto com a criança (“O leão tem de ir para a selva, senão comia as pessoas lá de casa.” ou “O cão pode ir para casa, eu tenho um.”), fazem-se dois movimentos (leão, tigre e elefante para a selva e cão e gato para casa). Deve-se terminar com uma explicação do que foi feito: “Tínhamos 5 animais, 2 foram para casa e 3 foram para a selva.”.

Deve-se repetir este tipo de atividade com outros contextos (por exemplo, com terra, mar e transportes terrestres/marítimos). Gradualmente, deixa-se ser a criança a explicar.

É importante incentivar a prática da oralidade. Nós pensamos com palavras; se queremos que as crianças pensem bem, devemos incentivá-las a explicar o seu raciocínio, promovendo a comunicação oral, o uso de um vocabulário rico e a construção frásica seguindo um esquema gramatical adequado.

As descrições do tipo

“Há 5 animais, 2 são animais domésticos e 3 são animais selvagens.”

são o meio que temos para avaliar se a compreensão numérica e algébrica está realmente a ser aplicada às situações concretas e quotidianas. É exatamente isto que é a base da compreensão. Não interessa apenas saber que o 5 se pode decompor em 2 e 3 ou que $2+3=5$; é necessário visualizar e entender estes factos aplicados a situações concretas.

Number bonds (Esquemas todo-partes)

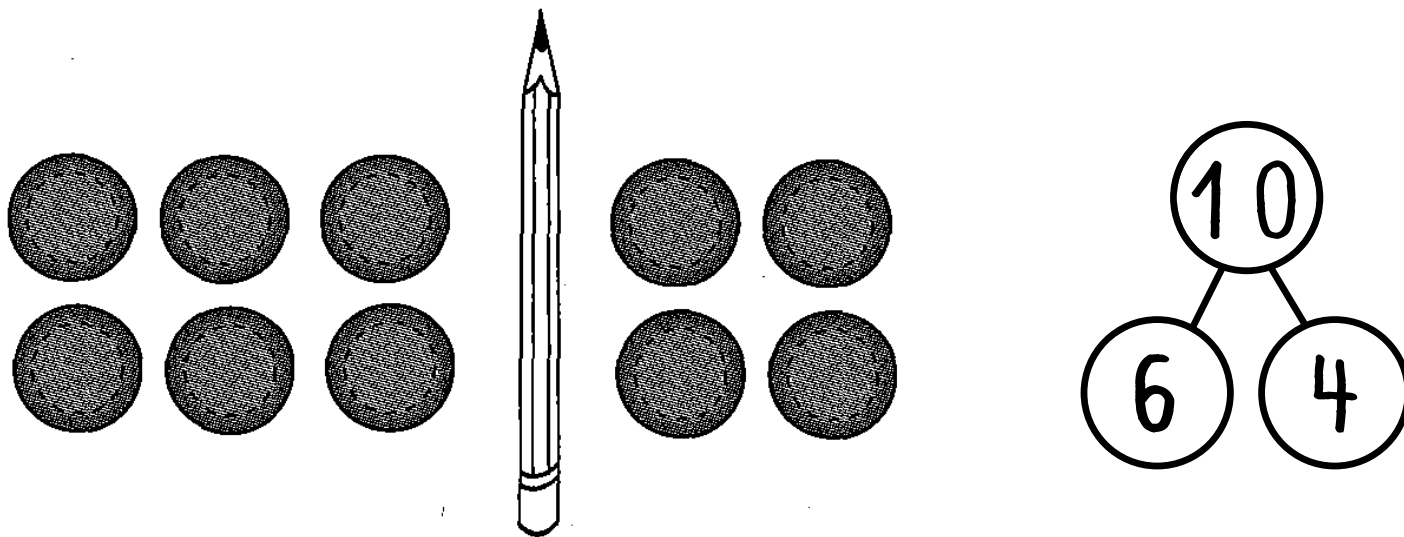
Aplicações na prática

Deve-se seguir a abordagem CPA. Vejamos um exemplo com lápis e botões.

Começa-se por escolher um número. Por exemplo, 10.

Colocam-se 10 botões (ou outros marcadores) sobre a mesa. Solicita-se à criança que divida esses botões em dois conjuntos, usando um lápis de modo a criar uma imagem visual dos dois conjuntos.

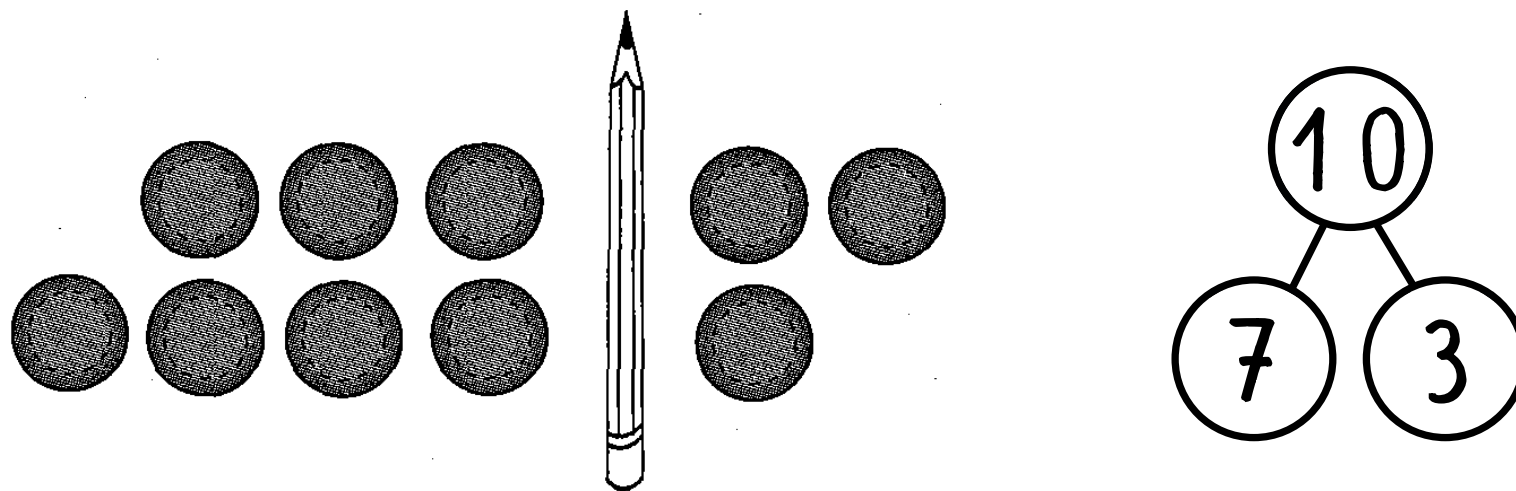
Regista-se, de seguida, a decomposição efetuada num esquema todo-partes. Reforça-se que “10 é o todo”, “6 é uma parte do 10”, “4 é outra parte do 10” e “6 e 4 faz 10”. Nesta fase, não se utilizam os termos “mais” nem “menos”.



Number bonds (Esquemas todo-partes)

Aplicações na prática

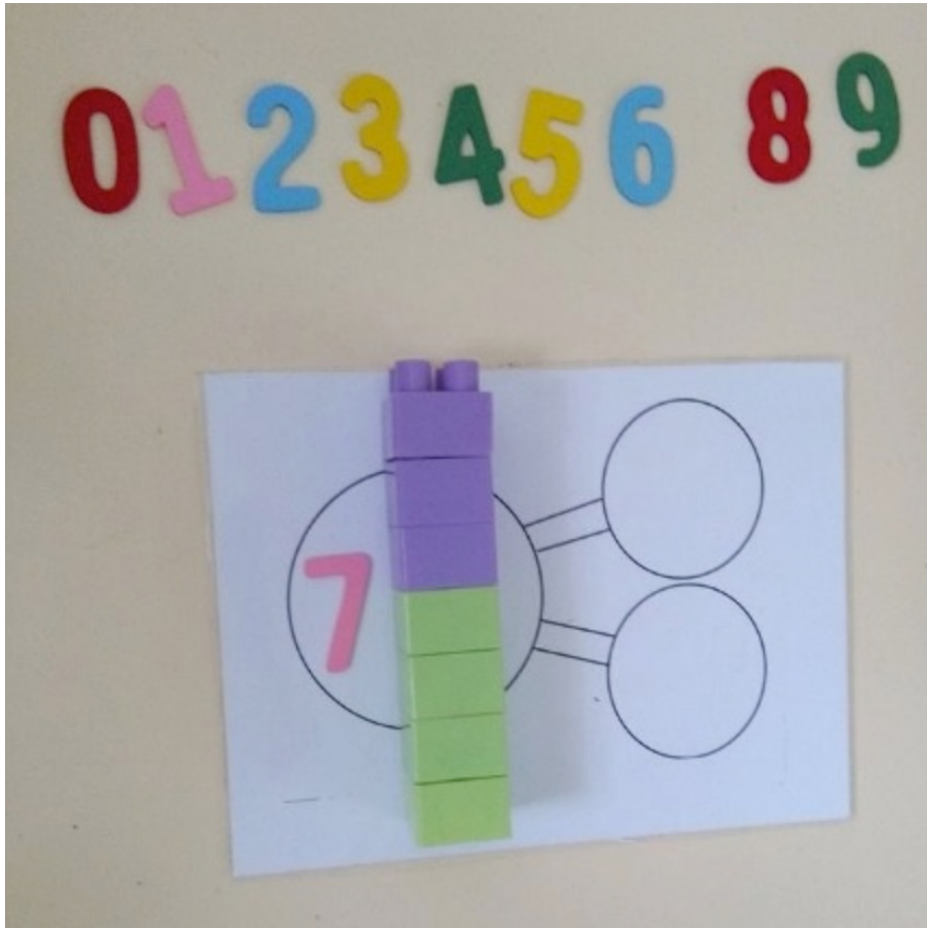
A primeira exploração pode ser feita pelo professor como forma de exemplificar a dinâmica da atividade. Em seguida, pede-se à criança para encontrar outras formas de “partir”/decompor o 10.



Exemplifique e incentive a criança a fazer os seguintes gestos, à medida que o esquema todo-partes é lido: pôr as duas mãos junto à cabeça e dizer “o todo é 10”; baixar uma mão e dizer “uma parte é 7”; baixar a outra mão e dizer “a outra parte é 3”. Em seguida, pode-se treinar o movimento em sentido contrário (para uma introdução à adição): pôr uma mão no ar e dizer “uma parte é 7”; pôr a outra mão no ar e dizer “a outra parte é 3”; juntar as mãos na cabeça e dizer “o todo é 10” .

Number bonds (Esquemas todo-partes)

Aplicações na prática



Depois de algumas explorações com objetos que apelem ao concreto, é importante introduzir materiais manipuláveis (por exemplo, legos), que apelem ao pictórico.

Number bonds (Esquemas todo-partes)

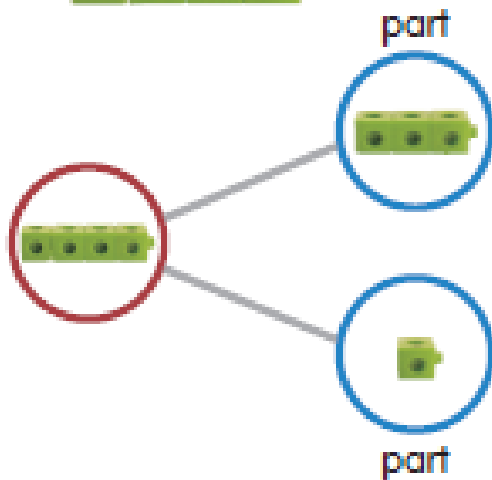
Aplicações na prática

Learn

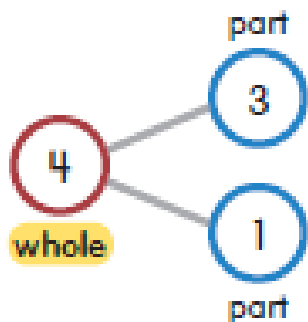
You can make number bonds with .

You can use a number train to make number bonds.

Sam put  into two parts.



How many are in each **part**?



3 and 1 make 4.

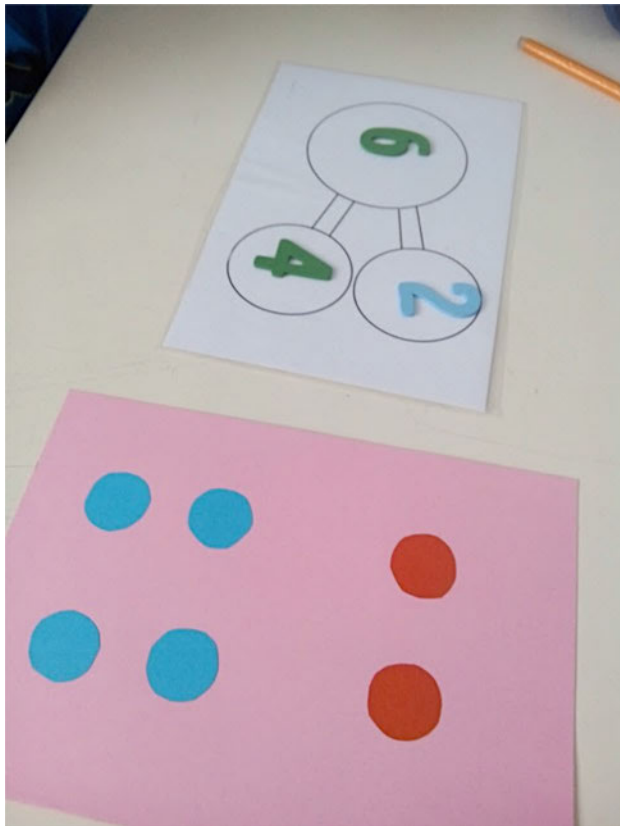
This picture shows a **number bond**.

Ao lado, uma atividade realizada com cubos de encaixe.

Number bonds (Esquemas todo-partes)

Aplicações na prática

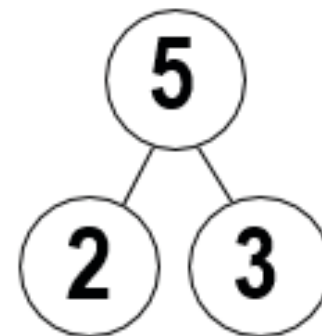
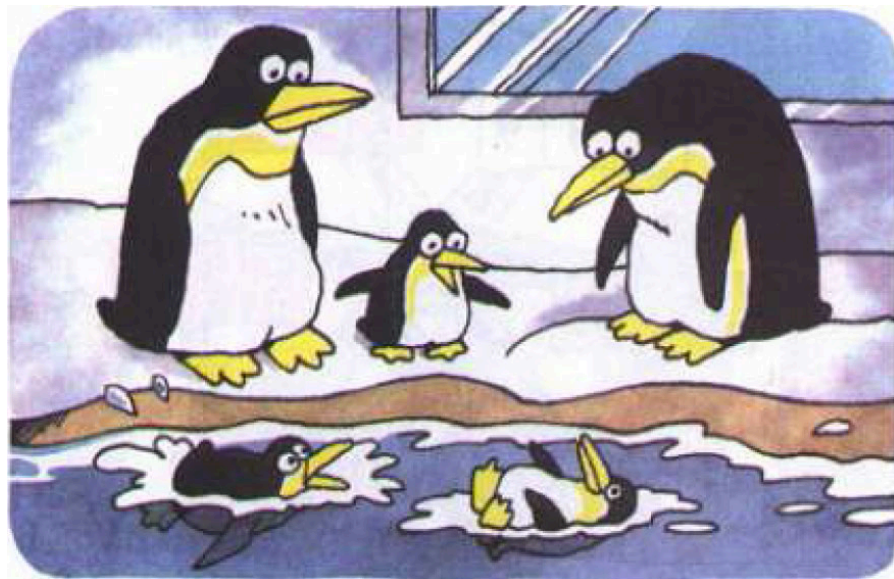
Os esquemas todo-partes podem ser classificados por grau de dificuldade de acordo com alguns pormenores relativamente à forma como podem ser exploradas as atividades:



- 1 Uma só explicação possível para uma única decomposição.

No exemplo apresentado, a única explicação possível é: “Há 6 círculos coloridos, 2 são vermelhos e 4 são azuis.”.

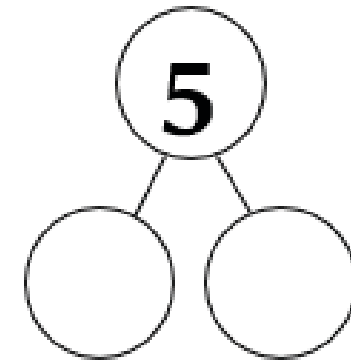
- 2 Mais de uma explicação possível para uma única decomposição.



No exemplo apresentado, “Há 5 pinguins, 2 estão dentro de água e 3 estão cá fora.” e “Há 5 pinguins, 2 são grandes e 3 são pequenos.” são duas das explicações possíveis.

Estas atividades são ótimas para trabalho em grupo, na medida em que diferentes crianças podem apresentar diferentes explicações.

- 3 Mais de uma decomposição possível; a forma como se decompõe o todo em partes é deixada em aberto.

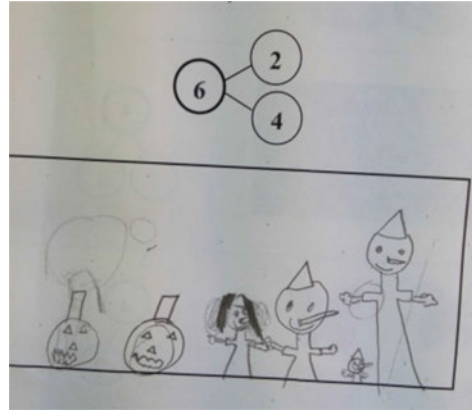


No exemplo acima, “Há 5 meninas, 2 têm laço na cabeça e 3 não têm.”, “Há 5 meninas, 1 está de vestido e as outras 4 não.” ou “Há 5 seres vivos, 5 pessoas e 0 elefantes.” constituem todas as decomposições possíveis do número 5.

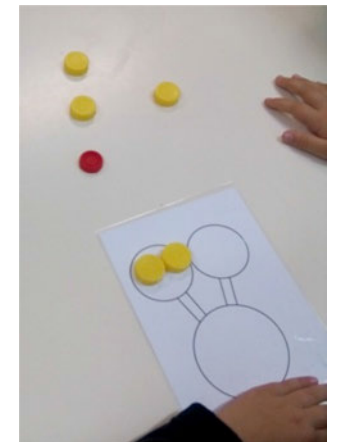
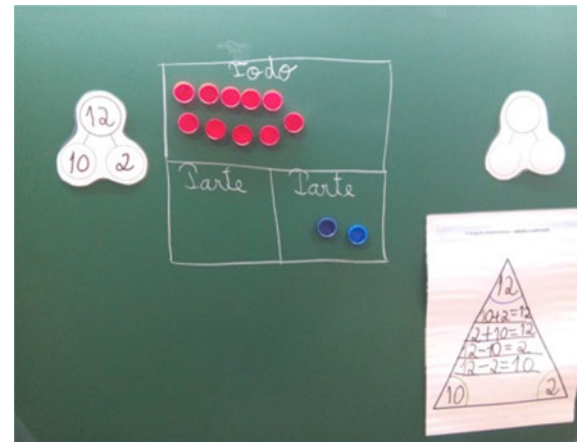
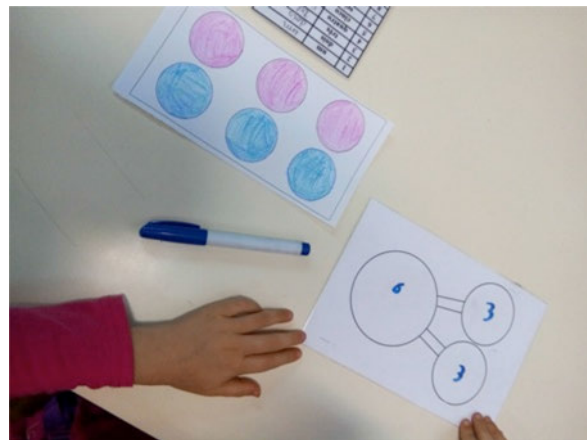
Number bonds (Esquemas todo-partes)

Aplicações na prática

- 4 A criança desenha e explica.



Um conselho vindo diretamente da prática diz respeito à posição do esquema todo-partes. Deve variar-se; o que interessa é a decomposição do todo nas suas partes e não a posição em que a dita decomposição aparece.



Number bonds (Esquemas todo-partes)

Canções

O código dos números (*Number bonds* dos números até 10)

<https://youtu.be/t0tIHAHIV7M>



As ovelhas do João (Amigos do 10)

<https://youtu.be/iz9dL1In6rM>



Number bonds (Esquemas todo-partes)

Adição

Quando se separa ou decompõe, parte-se do todo para as partes; quando se adiciona, o caminho é feito em sentido contrário, das partes para o todo. Repare-se que utilizámos “quando se adiciona” e não “quando se acrescenta” ou “quando se junta”. Isso foi propositado, uma vez que acrescentar e juntar são verbos associados aos dois sentidos da adição.

Abaixo, ilustra-se essa dualidade **acrescentar** versus **juntar** (chegam novas crianças ao jardim versus existem no jardim flores vermelhas e amarelas). É importante diversificar as situações exploradas.



Exemplos dos diferentes sentidos da subtração.

Retirar

- Uma menina tinha 5 balões, dois deles rebentaram. Com quantos ficou?
- Eu tinha 10 rebuçados, comi 9. Com quantos fiquei?
- O Daniel tinha 5 carros, 5 deles avariaram-se. Quantos carros do Daniel ainda funcionam?

Completar

- O João tem 3 berlindes mas precisa de 8. Quantos lhe faltam?
- A Rita quer comprar um casaco novo. O casaco custa 56 euros, mas a Rita só tem 24 euros. Quanto dinheiro terá de pedir aos pais para conseguir comprar o casaco?

Comparar

- O Rui tem 20 peças de lego e a Joana 12 peças. Quantas peças tem o Rui a mais que a Joana?
- O José tem 7 gatos e a Rute 4 cães. Quantos animais tem a Rute a menos que o José?

Separar

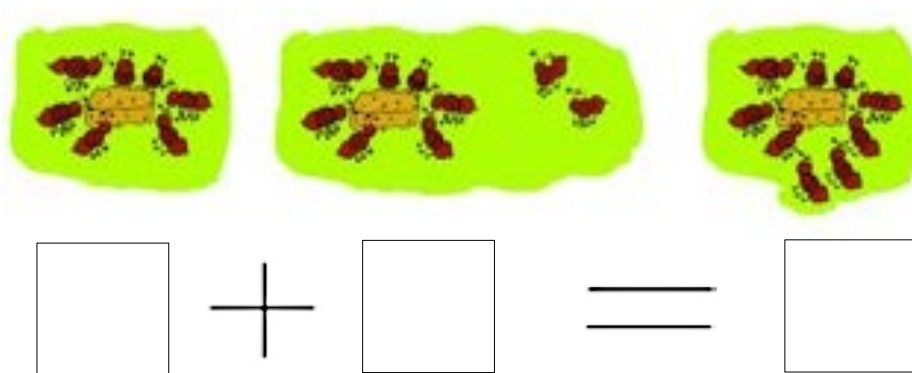
- Num grupo de 5 crianças, 2 são raparigas. Quantos rapazes existem? (**Separação por género**)
- Num conjunto de 10 peças brancas e pretas, 4 são brancas. Quantas são as peças pretas? (**Separação por cor**)

Number bonds (Esquemas todo-partes)

Adição e subtração

No que diz respeito à subtração, o primeiro significado a explorar deve ser o **retirar** e, apenas numa fase posterior, o **completar** e o **comparar**. O significado de **separar** é transversal a todos os outros, pelo que pode ser trabalhado em qualquer momento que se entenda oportuno.

Os sinais +, - e = devem ser trabalhados de forma contextualizada. Veja-se o exemplo abaixo. Há uma história para contar: “Estavam 7 formigas a comer um queijo; chegaram mais 2; no total, ficaram 9 formigas a comer o queijo.”. Depois, com a expressão $7 + 2 = 9$, falando e apontando para os sinais ao mesmo tempo, deve-se referir: “7 formigas a comer o queijo mais 2 formigas que chegaram é igual a 9 formigas a comer o queijo”. A contextualização significa tudo em termos de compreensão.

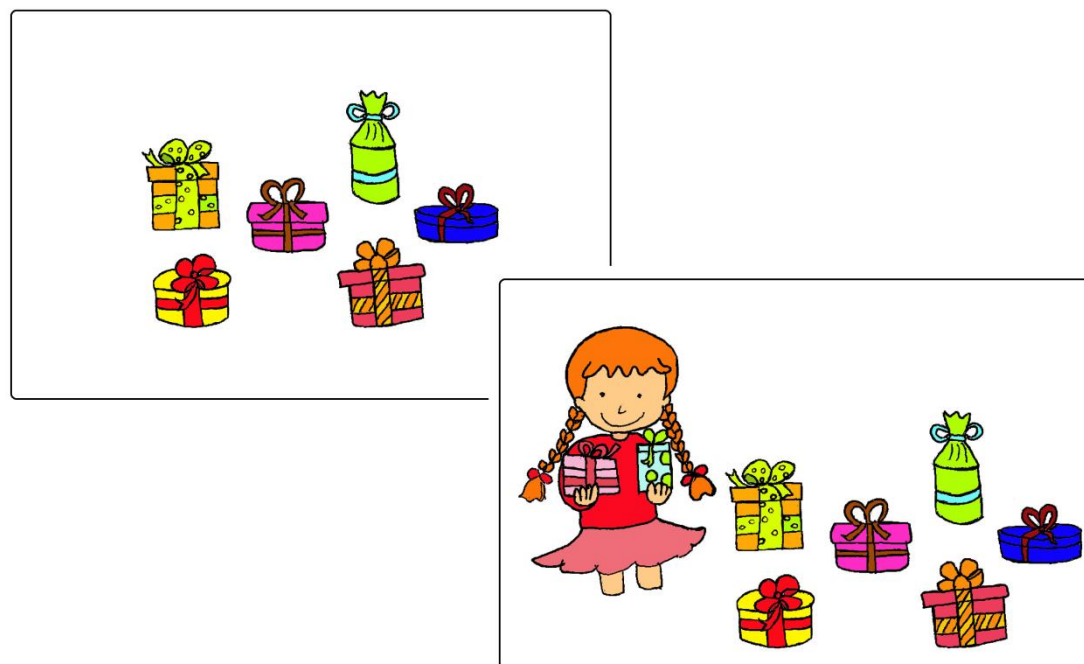


Number bonds (Esquemas todo-partes)

Adição e subtração

Apresenta-se outro exemplo de uma atividade útil para pedir a uma criança uma história envolvendo a operação de adição. Neste exemplo, e ao contrário da atividade das formigas, utilizam-se apenas duas gravuras.

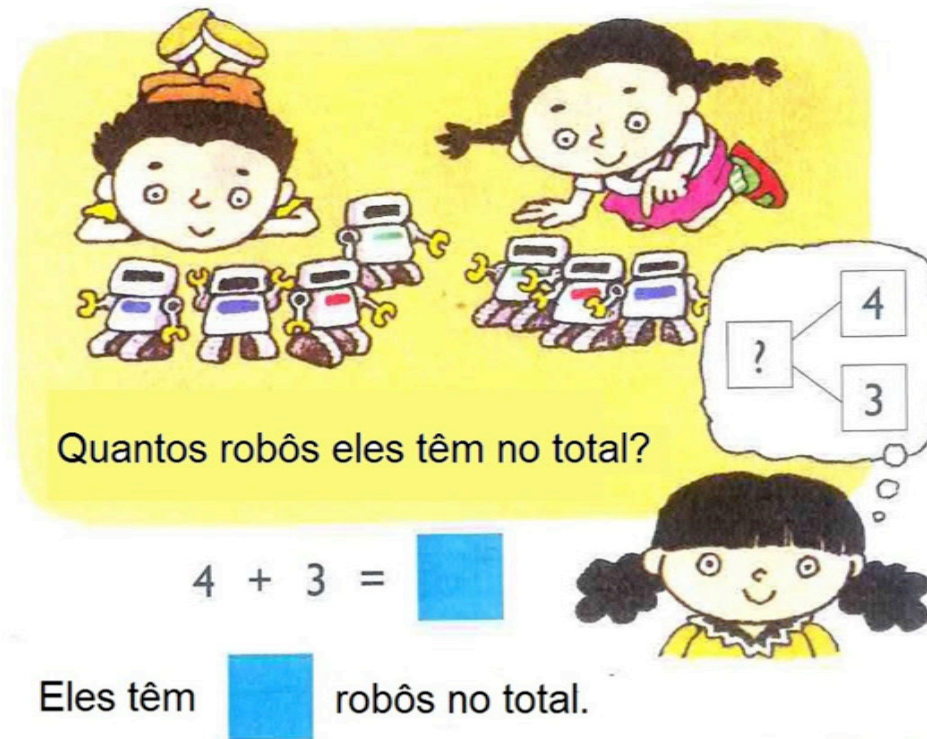
Este tipo de atividade deve terminar com o preenchimento dos espaços em branco (...+...=...). Numa fase posterior, a criança deve também escrever os sinais + e =.



Number bonds (Esquemas todo-partes)

Adição e subtração

Na transição das decomposições para as operações de adição e subtração, deve-se apresentar lado a lado o esquema todo-partes. Esse procedimento procura fazer com que as crianças percebam que uma adição tem traços comuns com uma decomposição; há também um todo e as partes, a única diferença é que o pretendido consiste em unir as partes para encontrar o todo.



Quantos robôs eles têm no total?

$4 + 3 = \square$

Eles têm \square robôs no total.

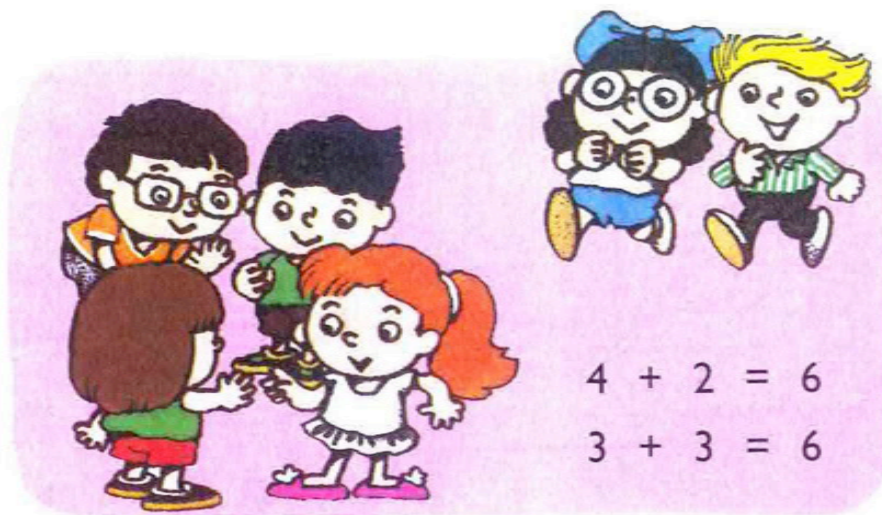
The illustration shows a boy with a topknot and a girl with pigtails, each with four small robots. A thought bubble from the girl shows a number bond with a question mark on the left, and the numbers 4 and 3 on the right. Below the scene, the equation $4 + 3 = \square$ is shown, and the sentence 'Eles têm \square robôs no total.' is written.

Number bonds (Esquemas todo-partes)

Adição e subtração

As histórias para explorar a adição e a subtração devem seguir o mesmo tipo de estrutura das histórias usadas para trabalhar as decomposições. E também devem ser alvo de uma classificação semelhante à que foi feita para as decomposições, na medida em que pode haver resposta única, ou não, e operação única, ou não.

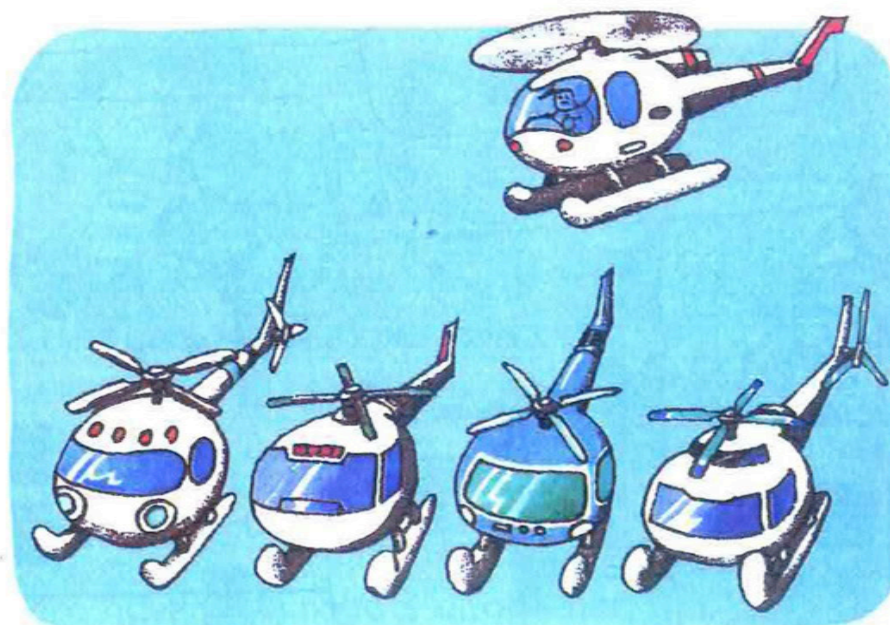
Apresentam-se dois exemplos com objetivos distintos. No primeiro, solicita-se à criança que identifique as adições expostas na situação (“Estavam 4 crianças a falar; chegaram mais 2; no total, ficaram 6 crianças”, “Havia 3 rapazes e 3 raparigas; no total, havia 6 crianças”). É um exemplo interessante, na medida em que permite explorar os dois sentidos da adição: acrescentar e juntar.



Number bonds (Esquemas todo-partes)

Adição e subtração

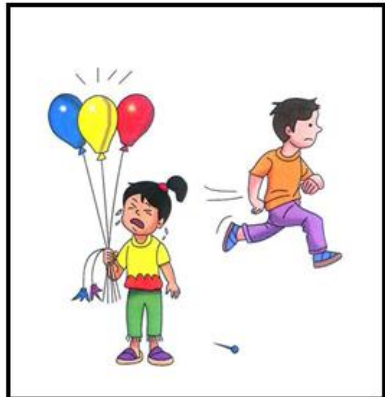
No próximo exemplo, a criança deve escrever e explicar igualdades (recorrendo aos símbolos + e =). Também podem ser explorados os dois sentidos da adição.



No que diz respeito à subtração, o caminho é em tudo idêntico. De seguida, apresentam-se quatro exemplos, num claro paralelismo com os que exploramos para a adição.

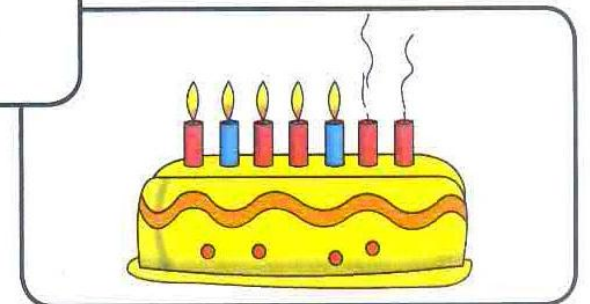
Number bonds (Esquemas todo-partes)

Adição e subtração



—

=

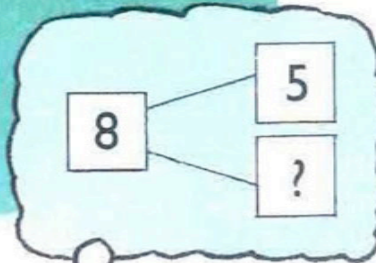


Number bonds (Esquemas todo-partes)

Adição e subtração

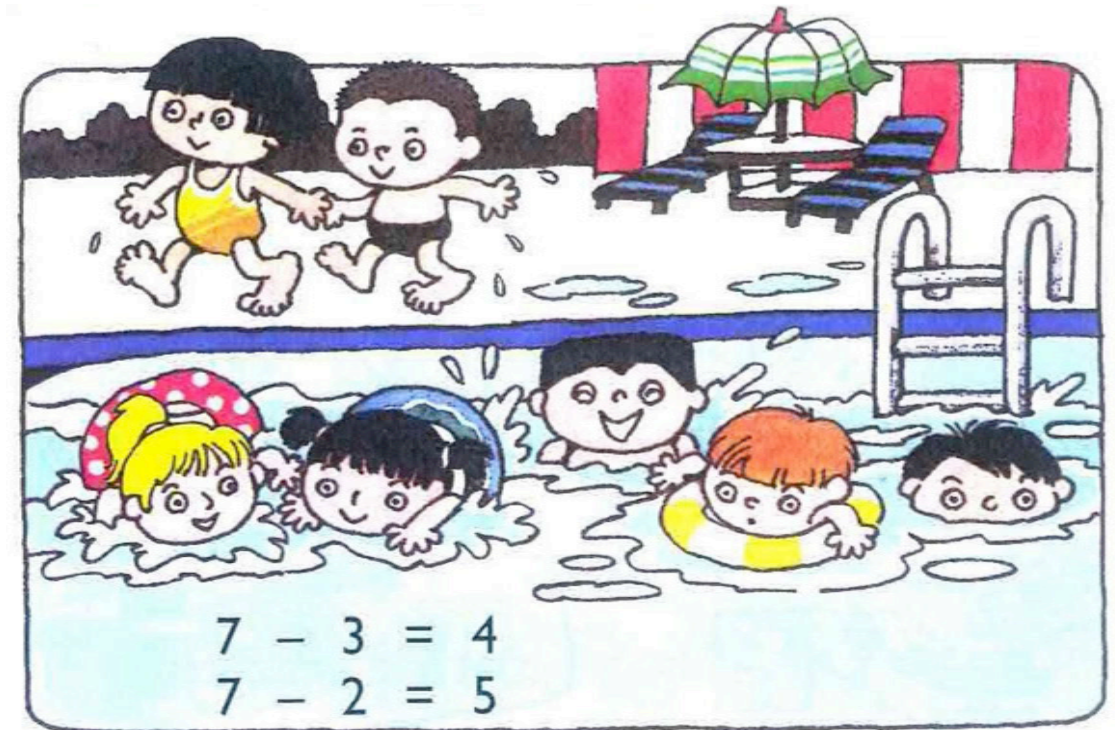


5 bonecas pertencem à Morgan.
As restantes pertencem à Emily.
Quantas bonecas tem a Emily?



$$8 - 5 = \square$$

A Emily tem \square bonecas.



Number bonds (Esquemas todo-partes)

Ideias não faltam!

Álbum dos Number Bonds:

<https://www.facebook.com/media/set/?set=a.1670458319895324.1073741868.1405206259753866&type=3>



Number bonds (Esquemas todo-partes)

Ideias não faltam!

O Mocho dos *Number Bonds*!



Trabalho desenvolvido por um encarregado de educação,
na sequência do “curso dos *number bonds*”,
promovido por Lurdes Bettencourt,
Prof DA da EBS das Velas.
(Convém acrescentar o 10, fazer de 0 a 10...)



Trabalho desenvolvido por César Silva,
Prof DA da EBS da Madalena.

Number bonds (Esquemas todo-partes)

Ideias não faltam!

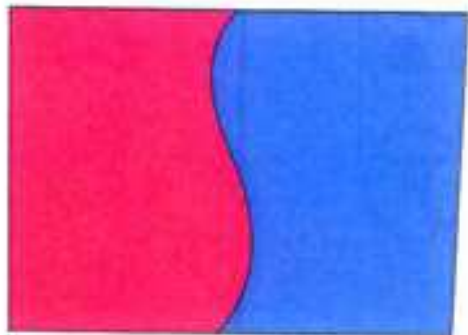
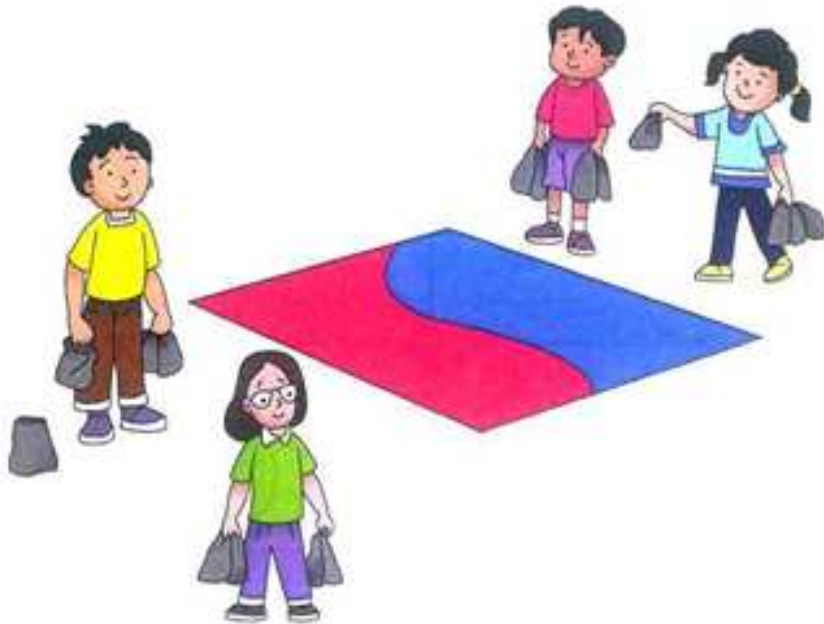
A vaquinha dos *Number Bonds*!



Trabalho desenvolvido por um encarregado de educação, na sequência do “concurso dos *number bonds*”, promovido por Lurdes Bettencourt, Prof DA da EBS das Velas.
(Convém acrescentar o 10, fazer de 0 a 10...)

Number bonds (Esquemas todo-partes)

Ideias não faltam!



Nesta atividade, é apresentado um jogo de tapete.

Tendo o cuidado de distribuir por duas equipas sacos em número igual ou inferior a 10 (no total), uma das equipas tenta acertar na zona vermelha e a outra tenta acertar na zona azul; no final, organiza-se o resultado num esquema todo-partes. Por exemplo,

“Reparem que 8 sacos caíram sobre o tapete, 5 na parte azul e 3 na parte vermelha; dos 8 pontos, 5 pontos são para a equipa do Tomás e 3 pontos para a equipa da Lara; fizemos a decomposição do 8 em 5 e 3.”

Number bonds (Esquemas todo-partes)

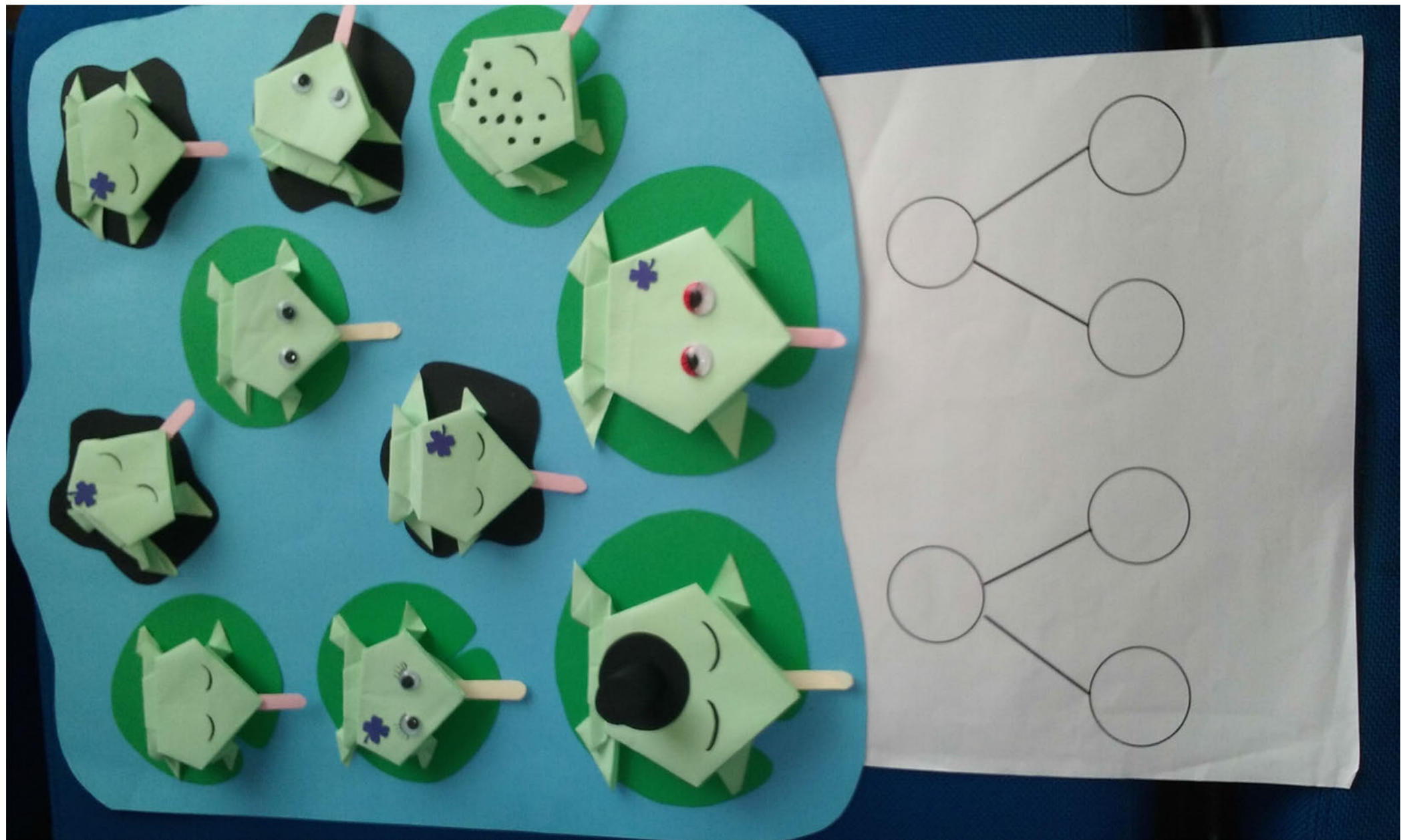
Ideias não faltam!



É importante construir materiais diversificados, com apelo ao concreto, que originem explorações ricas.

Neste exemplo: “Há 6 sapos, 1 tem uma flor e 5 não têm.”, “Há 6 sapos, 2 têm olhos amarelos e 4 têm olhos verdes.” ou “Há 6 sapos, 3 têm língua amarela e 3 têm língua cor de rosa.”.

Nos próximos dois exemplos, é possível explorar todas as decomposições do 10.



Prof DA Graça Ponte e Lúcia Moniz (EBI da Lagoa)



Carla Medeiros (Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico, UAc)

Number bonds (Esquemas todo-partes)

Ideias não faltam!



O jogo dos feijões!

A turma é dividida em grupos de dois. Para cada grupo, procede-se da seguinte forma. Uma criança abre o frasco e retira entre 2 e 10 feijões.

A criança mostra ao colega quantos feijões tem na mão.

Em seguida, coloca as mãos atrás das costas e passa alguns feijões para a mão que não tem feijões.

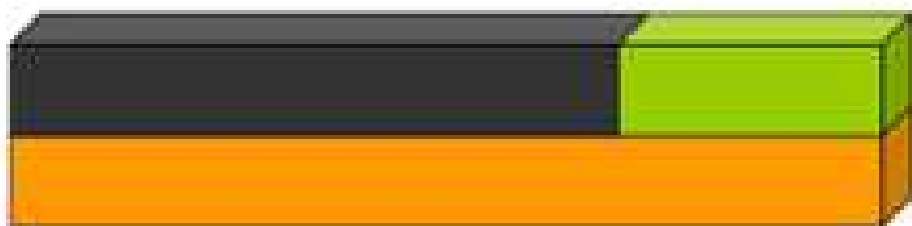
A criança mostra ao colega os feijões que tem numa das mãos e pergunta “Quantos feijões estão escondidos na outra mão?”. Faz-se o registo num esquema todo-partes.

Os dois alunos repetem a atividade, trocando de funções.



Number bonds (Esquemas todo-partes)

Ideias não faltam!



Neste exemplo, ilustra-se o *Jogo dos Comboios* realizado com peças *Cuisenaire*.

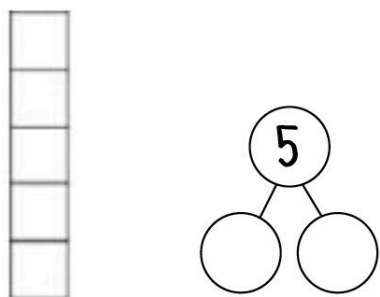
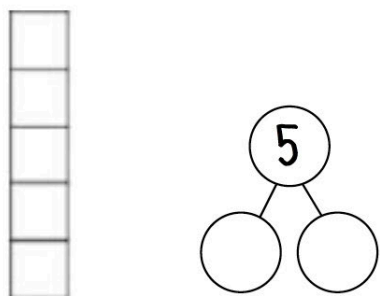
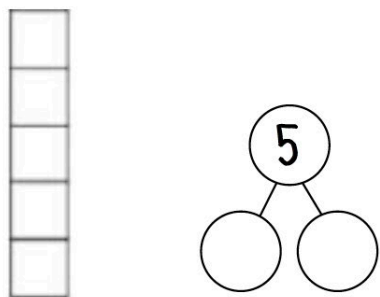
Pede-se a uma criança para colocar uma peça na posição horizontal (peça laranja, no exemplo). Essa peça será a estação de comboios. Em seguida, os colegas colocam comboios com máquina e carruagem à frente da estação, não podendo haver comboios maiores ou menores do que a estação (peças preta e verde, no exemplo).

Este jogo pode ser adaptado a outras temáticas como, por exemplo, camiões e os seus atrelados.

Utilizam-se esquemas todo-partes para registar as diferentes situações.

Number bonds (Esquemas todo-partes)

Ideias não faltam!

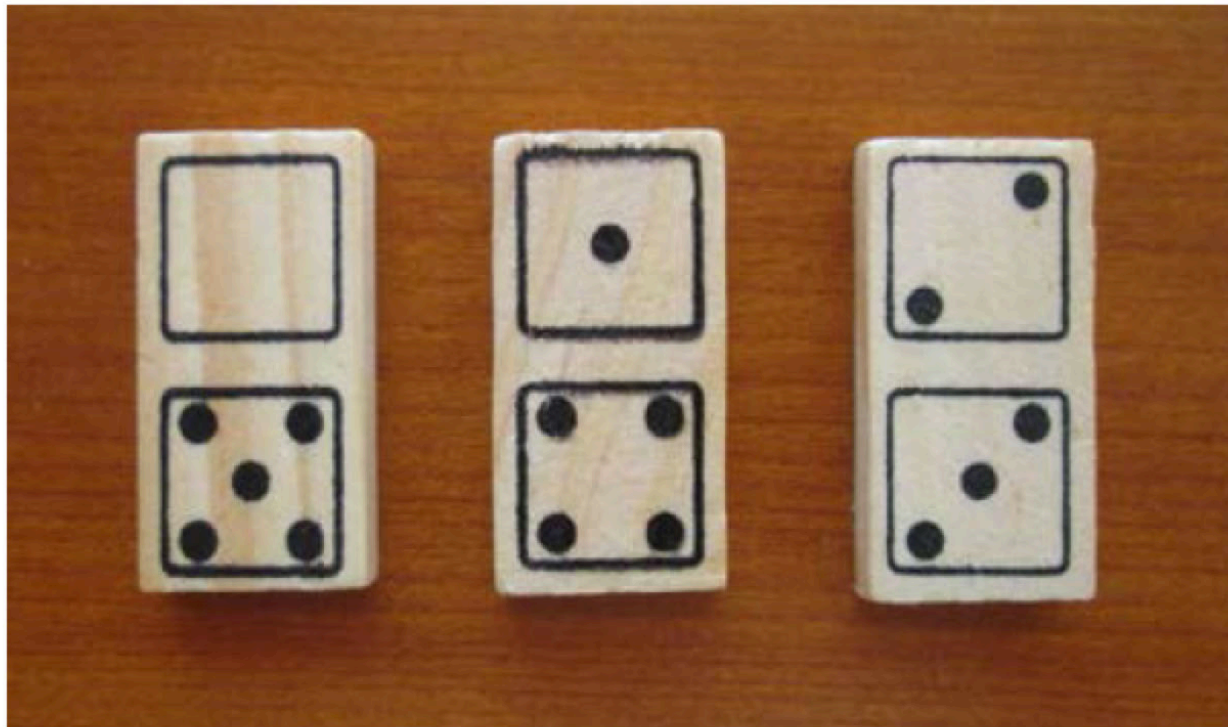


Atividade semelhante à anterior, em que se utilizam barras *Cuisenaire* para sobrepor à barra lateral. Posteriormente, pintam-se os quadradinhos de duas cores, de acordo com a decomposição.

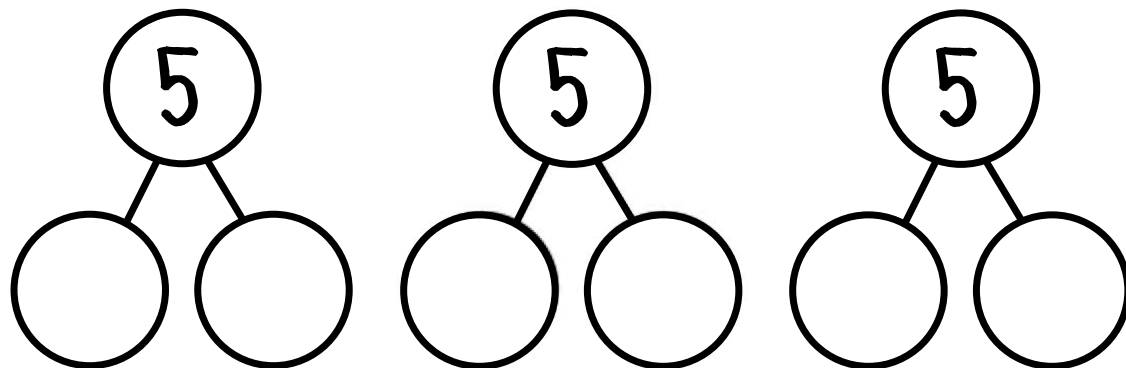
Esta atividade deve ser repetida para outros números (dentro da primeira dezena).

Number bonds (Esquemas todo-partes)

Ideias não faltam!

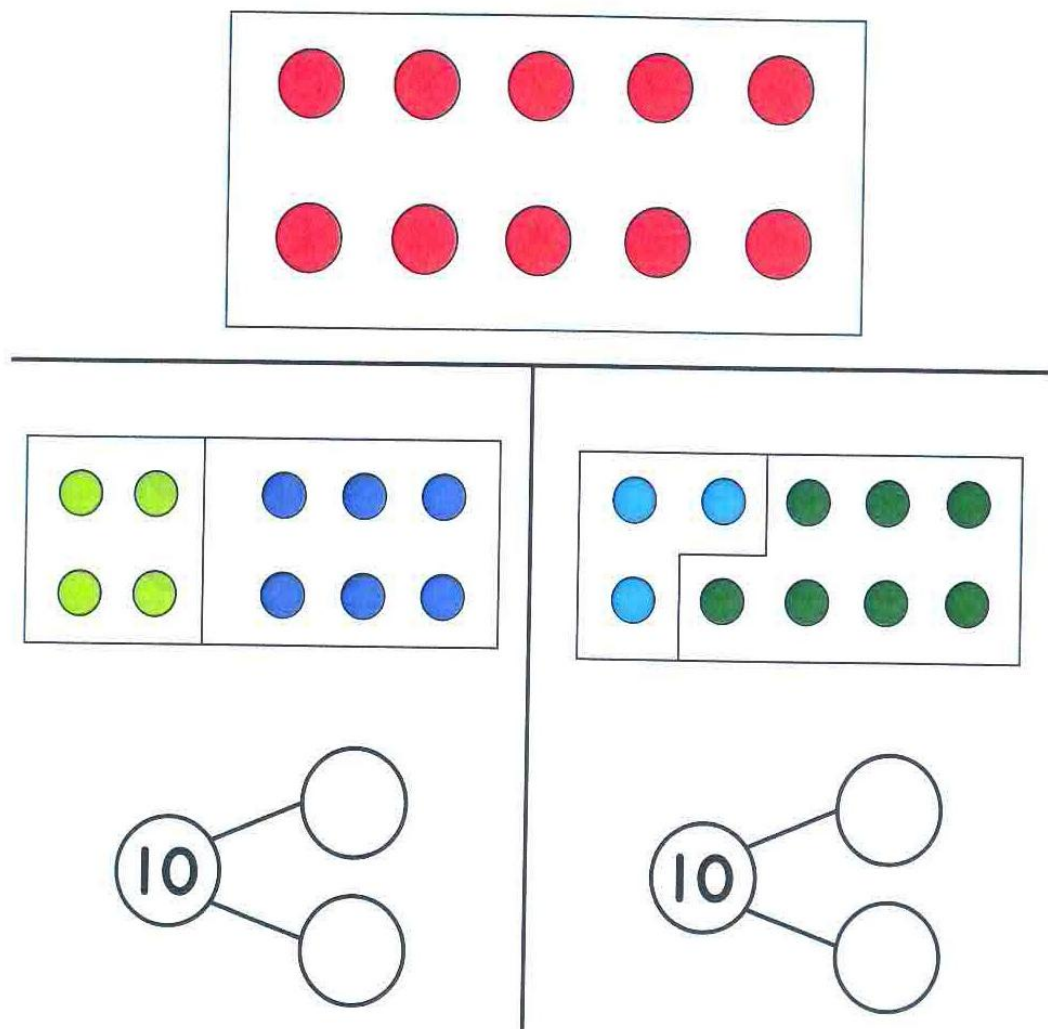


Segue-se um exemplo em que se utilizam peças de dominó. A criança deve selecionar todas as peças de dominó cujo total seja 5 e, para cada uma delas, preencher um esquema todo-partes.



Number bonds (Esquemas todo-partes)

Ideias não faltam!



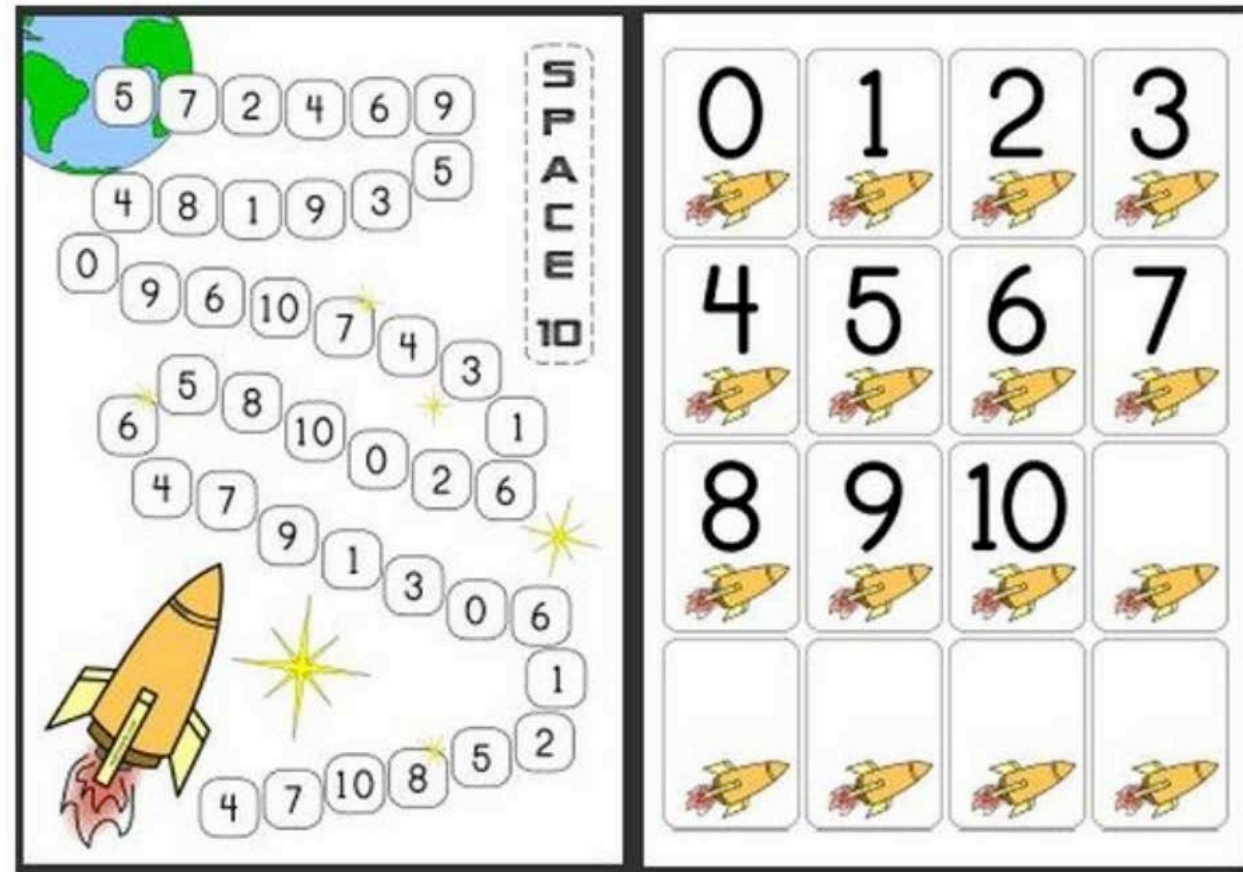
Mostra-se mais um exemplo puramente esquemático: já não há caras, pinguins ou comboios, apenas pequenos círculos. É importante ir fazendo esse percurso, tornando as situações gradualmente mais abstratas.

O mesmo tipo de atividade pode ser desenvolvido recorrendo a representações pictóricas de outros números (dentro da primeira dezena).

Number bonds (Esquemas todo-partes)

Ideias não faltam!

Um jogo de tabuleiro interessante para os amigos do 10... Este jogo pode ser adaptado para explorar os amigos de outros números.



<http://mathsticks.com/my/2014/06/bonds-10-rocket-game>

Number bonds (Esquemas todo-partes)

Ideias não faltam!

Salva a baleia!

back to ictgames.com

www.ictgames.com
(c) J. Barrett, 2006

bonds of 10

10

10

5

4

3

5

2

6

1

7

8

9

change pipe (optional)

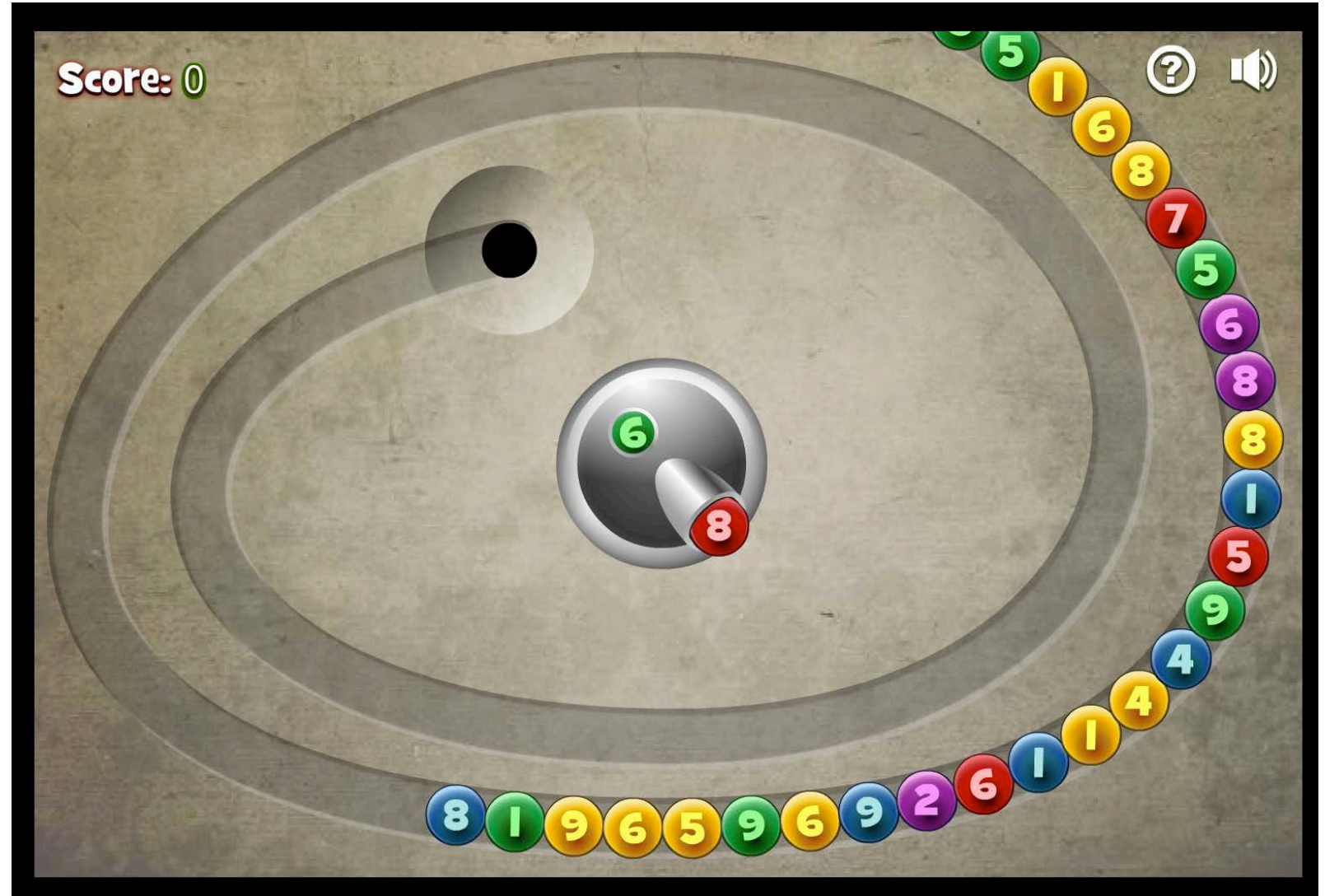
http://www.ictgames.com/save_the_whale_v4.html

Number bonds (Esquemas todo-partes)

Ideias não faltam!

Coleciona amigos do 10!

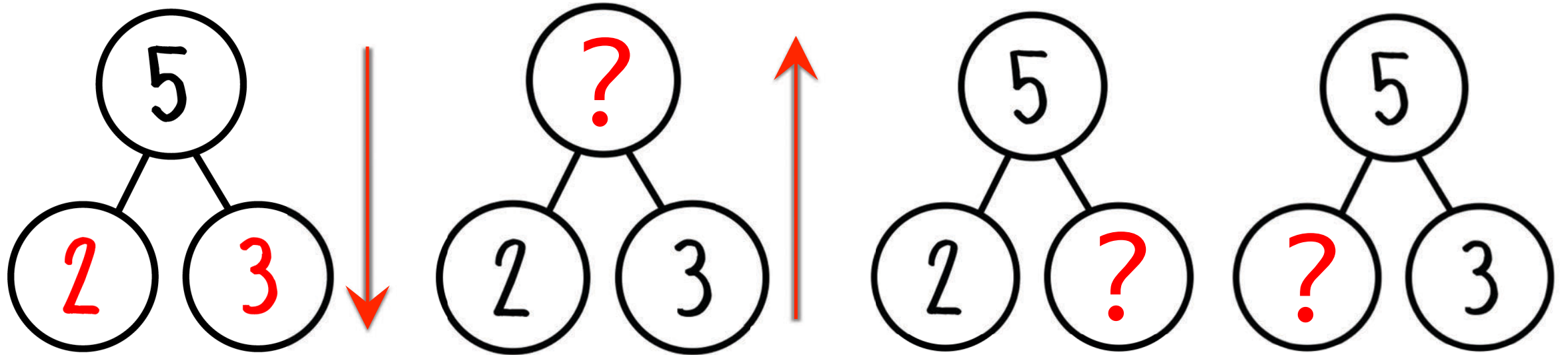
Cuidado: Este jogo é viciante!



http://www.mathplayground.com/number_bonds_10.html

Number bonds (Esquemas todo-partes)

Em resumo...



Os esquemas todo-partes ajudam os alunos a perceber que os números podem ser “partidos” (decompostos) em partes de modo a simplificar os cálculos. Através de um esquema visual, as crianças exploram as relações entre diferentes números, concretamente entre um todo e pelo menos duas das suas partes.

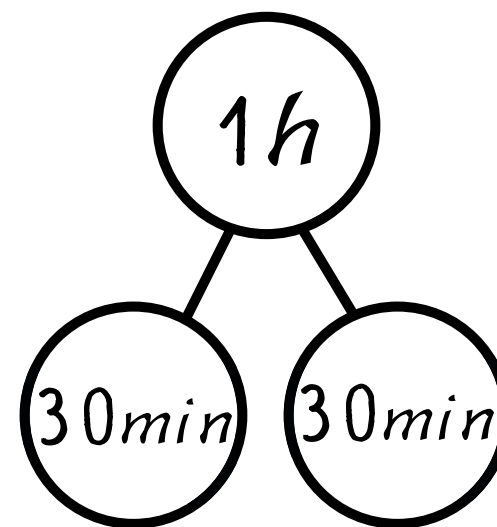
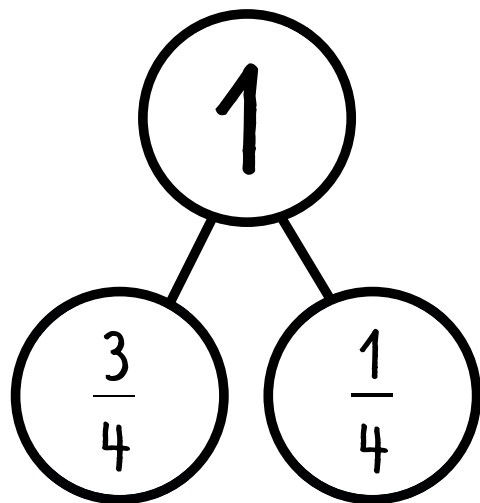
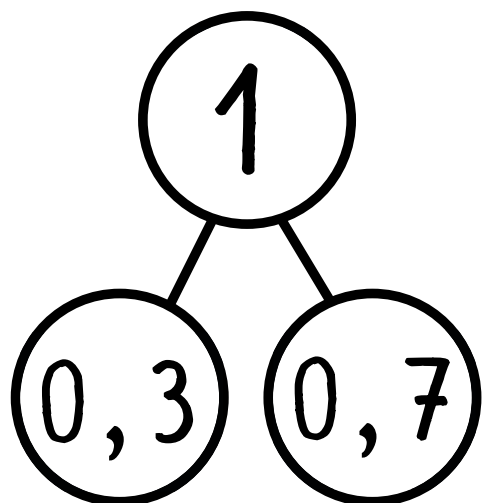
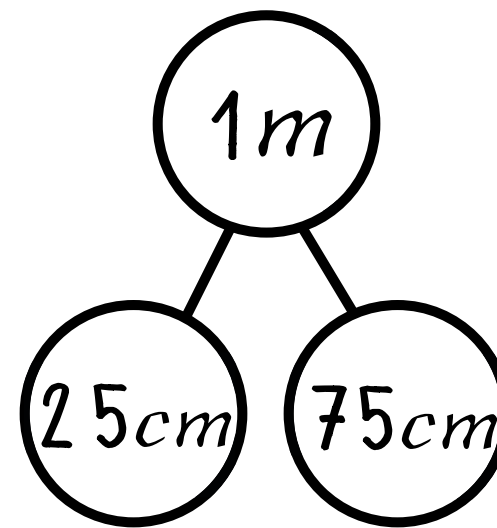
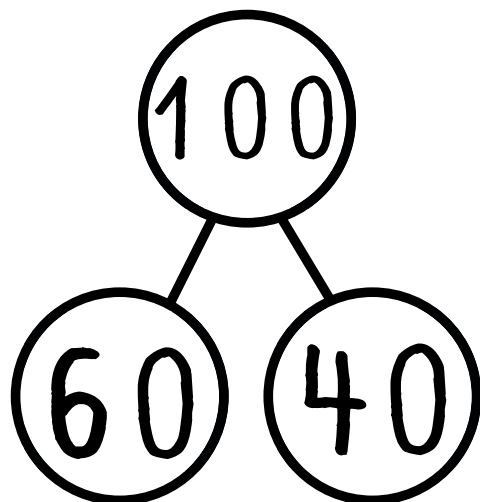
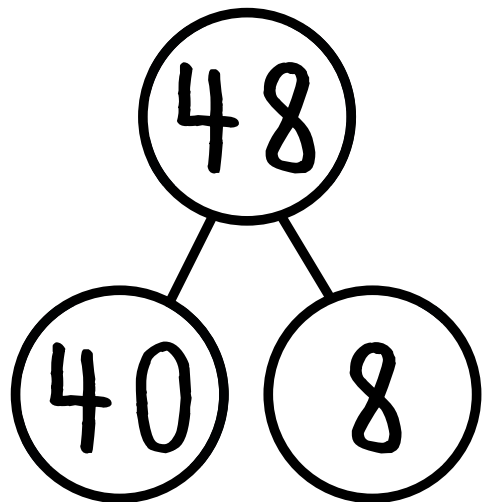
Esta abordagem é inovadora e posiciona-se contra outras abordagens clássicas que assentam na memorização de factos numéricos desligados uns dos outros e com pouco significado para as crianças.

Ao encher a sala de aula com *number bonds*, os alunos são estimulados a perceber, por exemplo, que os números 3, 7 e 10 estão profundamente relacionados entre si. Em vez de terem de fixar os quatro factos numéricos, $3+7=10$, $7+3=10$, $10-3=7$ e $10-7=3$, de forma isolada, as crianças tomam consciência que estas igualdades apresentam a mesma informação, apenas escrita de maneiras diferentes.

Do ponto de vista das crianças, os esquemas todo-partes constituem uma oportunidade para brincar com os números. Do ponto de vista do professor, a consolidação das decomposições dentro da primeira dezena é um pilar fundamental que sustentará, no futuro, cálculos mais avançados e estratégias de exploração do sistema de numeração decimal.

Number bonds (Esquemas todo-partes)

Uma janela para futuras explorações...



Bisk, R. (2015). *Concrete Pictorial Abstract: Singapore's Approach to Math Instruction*, Presentation at 2015 NCTM Conference in Boston. <https://sites.google.com/site/singmathproject>

Bruner, J. (1960). *The process of education*, Harvard University Press.

Marshall Cavendish (2008). *Primary Mathematics 1A Textbook*, Singapore.

Marshall Cavendish (2015). *Math in Focus 1A Textbook*, Singapore.

Santos, C. P. & Teixeira, R. C. (2015). Matemática na educação pré-escolar: Esquemas todo-partes. *Jornal das Primeiras Matemáticas* 4, 55-70.

Ma, L. (2009). *Saber e Ensinar Matemática Elementar*, Gradiva.

Ministério da Educação e Ciência. (2013). *Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico*, MEC -- Direção Geral da Educação.

Ministry of Education. (2012). *Primary mathematics teaching and learning syllabus*, Singapore.